

# УЧЕТ ФИЗИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ПО ЭЛЕМЕНТУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В АЛГОРИТМАХ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ

С.Г. Слюсаренко

Томский политехнический университет

E-mail: ssg@tpu.ru

*Исследован предельный по существованию режим передачи энергии по элементу обобщенной ветви расчетной схемы электрической сети. Проведен анализ неоднозначности математической модели ее режимного состояния. Предложены способ проверки существования решения задачи расчета установившегося режима и алгоритм управления итерационным процессом с целью получения физически приемлемых результатов.*

Установившийся режим электрической сети является вполне оправданной идеализацией, которая широко используется при моделировании систем любой природы. Практически все виды задач анализа, оптимизации, синтеза состояний и структуры электрических сетей связаны с расчетами их установившихся режимов [1].

В детерминированной постановке расчет установившегося режима, в зависимости от постановки задачи, сводится к нахождению значений зависимых параметров  $X$  для однозначно заданных независимых параметров  $Y$  с последующим или одновременным использованием степеней свободы системы для получения физически реализуемого результата.

Таким образом, каждой ветви расчетной схемы ставится в соответствие свое разделение параметров на зависимые и независимые.

Рассмотрим в качестве обобщенной ветви расчетной схемы сети ветвь  $i$ - $j$  с комплексным сопротивлением  $\underline{Z}_{ij}$ , где  $R_{ij} = \text{Re}(\underline{Z}_{ij})$ ,  $X_{ij} = \text{Im}(\underline{Z}_{ij})$  и напряжениями  $\underline{U}_i$ ,  $\underline{U}_j$  с фазовыми углами  $\delta_i$  и  $\delta_j$  (рис. 1).



Рис. 1. Схема обобщенной ветви расчетной схемы электрической сети

Активная  $P_{ij}$  и реактивная  $Q_{ij}$  составляющие мощности  $S_{ij}$  определяются выражениями:

$$P_{ij} = \frac{U_i^2}{Z_{ij}} \cos \Psi_{Z_{ij}} - \frac{U_i U_j}{Z_{ij}} \cos(\delta_i - \delta_j + \Psi_{Z_{ij}}), \quad (1)$$

$$Q_{ij} = \frac{U_i^2}{Z_{ij}} \sin \Psi_{Z_{ij}} - \frac{U_i U_j}{Z_{ij}} \sin(\delta_i - \delta_j + \Psi_{Z_{ij}}), \quad (2)$$

где  $\Psi_{Z_{ij}} = \arctg \frac{X_{ij}}{R_{ij}}$ .

В табл. 1 приведены возможные варианты разделения параметров ветви  $i-j$  на зависимые и независимые. В качестве одного из параметров выступает сдвиг фазовых углов  $\Delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ .

**Таблица 1.** Разделение параметров на зависимые и независимые

№	Y	X	№	Y	X
1	$U_i, U_j, \Delta_{ij}$	$P_{ij}, Q_{ij}$	6	$U_i, P_{ij}, Q_{ij}$	$U_j, \Delta_{ij}$
2	$U_i, U_j, P_{ij}$	$\Delta_{ij}, Q_{ij}$	7	$U_j, \Delta_{ij}, P_{ij}$	$U_i, Q_{ij}$
3	$U_i, U_j, Q_{ij}$	$\Delta_{ij}, P_{ij}$	8	$U_j, \Delta_{ij}, Q_{ij}$	$U_i, P_{ij}$
4	$U_i, \Delta_{ij}, P_{ij}$	$U_j, Q_{ij}$	9	$U_j, P_{ij}, Q_{ij}$	$U_i, \Delta_{ij}$
5	$U_i, \Delta_{ij}, Q_{ij}$	$U_j, P_{ij}$			

Если исключить из математических решений (1, 2) относительно  $X$ , приведенных в табл. 1, те, у которых модули напряжений отрицательны, то для первых восьми вариантов разделения параметров на зависимые и независимые решения будут однозначными, а для девятого варианта состава  $X$  будет иметь место неоднозначность. Для большинства постановок задач расчета установившегося режима значительная часть ветвей оказывается в условиях, когда  $Y = \{U_j, P_{ij}, Q_{ij}\}$ , поэтому далее рассмотрим эту ситуацию более подробно.

#### Математическая неоднозначность модели режимного состояния элемента электрической сети

Проблеме неоднозначности результатов моделирования установившихся режимов посвящено большое количество работ. Основные принципы и результаты исследований отражены в [2–5]. Но эффективных алгоритмов получения правильного решения задачи предложено не было. Рассмотрим причины появления неоднозначности при моделировании режима на примере двухузловой сети.

Рассмотрим выражения (1, 2) как систему уравнений и решим ее относительно  $U_i$  и  $\delta_i$ . Исключив  $\delta_j$ , получим уравнение относительно  $U_i$ :

$$U_i^4 - 2U_i \left( \frac{1}{2} U_j^2 + P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij} \right) + (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) Z_{ij}^2 = 0. \quad (3)$$

Решение (3) имеет вид:

$$U_i = \pm \sqrt{\frac{U_j^2}{2} + P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij} \pm \sqrt{\left( \frac{U_j^2}{2} + P_{ij} R_{ij} + Q_{ij} X_{ij} \right)^2 - (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) Z_{ij}^2}}. \quad (4)$$

Фазовый угол напряжения  $\delta_i$  определяется на основе векторной диаграммы напряжений:

$$\delta_i = \delta_j + \arctg \frac{Q_{ij} R_{ij} - P_{ij} X_{ij}}{U_i^2 - P_{ij} R_{ij} - Q_{ij} X_{ij}} + \pi \Big|_{t < 0},$$

где  $t = U_i^2 - P_{ij} R_{ij} - Q_{ij} X_{ij}$ .

Знак минус перед внешним корнем (4) физического смысла не имеет, но математические решения с отрицательным значением  $U$  возможны.

Обозначим через  $h$  выражение под внутренним корнем (4). Обратимся к двум решениям (4), которые имеют  $U_i > 0$ . Назовем первым решение  $U_{i1}$ , соответствующее знаку плюс перед внутренним корнем (4), тогда второе решение  $U_{i2}$  будет соответствовать знаку минус. Эти решения возможны, если  $h > 0$ . Значения  $U_{i1}$  и  $U_{i2}$  становятся кратными при  $h = 0$  и решение системы (1, 2) отсутствует, если  $h < 0$ . Поскольку ветвь  $i-j$  с  $Y = \{U_j, P_{ij}, Q_{ij}\}$  рассматривается как элемент расчетной схемы электрической сети, то от варианта удовлетворения ее параметрами выражению (4) будет зависеть исход процедуры расчета установившегося режима сети.

#### Физическая однозначность режимного состояния ветви $i-j$

Результатам решения уравнений (1, 2) соответствуют различные входные сопротивления  $Z_{вх.1}$  и  $Z_{вх.2}$ , вещественные и мнимые составляющие которых определяются выражениями:

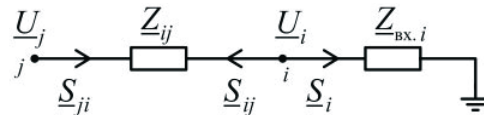
$$\operatorname{Re}(Z_{вх. i(1,2)}) = \frac{-U_{i(1,2)}^2}{S_{ij}} \cos \varphi_{ij},$$

$$\operatorname{Im}(Z_{вх. i(1,2)}) = \frac{-U_{i(1,2)}^2}{S_{ij}} \sin \varphi_{ij},$$

где  $\varphi_{ij} = \arctg \frac{Q_{ij}}{P_{ij}} + \pi \Big|_{P_{ij} < 0}$ .

Режим ветви  $i-j$  определяется значениями  $U_j$  и входного сопротивления  $Z_{вх.i}$  (рис. 2). Значения  $U_j$ ,  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  являются следствиями. Поскольку  $Z_{вх.1}$  и  $Z_{вх.2}$  физически не могут быть альтернативными, то  $U_{i1}$  и  $U_{i2}$  тоже не являются альтернативными.

Традиционно электрическая нагрузка характеризуется значениями потребляемых активной и реактивной мощностей ( $P_n$  и  $Q_n$ ) и желаемым значением напряжения нагрузки  $U_{нк}$ .



**Рис. 2** Схема замещения  $S_{ij}$  входным сопротивлением

Физически, приемлемое (желаемое) значение напряжения на шинах нагрузки обусловлено техническими условиями эксплуатации токоприемников, а значения  $P_n$  и  $Q_n$  — их результирующим сопротивлением  $Z_n$ , которое является однозначным:

$$P_n = \frac{U_{н.ж.}^2}{Z_n} \cos \Psi_{Z_n}, \quad Q_n = \frac{U_{н.ж.}^2}{Z_n} \sin \Psi_{Z_n},$$

где  $\Psi_{Z_n}$  – аргумент  $Z_n$ .

Поэтому результат расчета режима сети нельзя считать приемлемым, если напряжения на шинах нагрузок существенно отличаются от желаемых для них значений, поскольку он будет соответствовать тогда другим значениям их эквивалентных сопротивлений и, следовательно, другому составу токоприемников.

Следует отметить, что математические модели режимов, в которых электрические нагрузки представлены  $Z_n = \text{const}$ , являются линейными и результат расчета режима можно считать полученным, если напряжения на шинах всех нагрузок близки к желаемым значениям. В противном случае будут наблюдаться отклонения мощностей нагрузок модели от заданных значений. В таких моделях остаются актуальными проверка существования решения и введение напряжений на шинах электрических нагрузок в допустимую область.

#### Параметры предельного по существованию режима

Обратимся вновь к выражению (4) с тем, чтобы выяснить, при каких условиях достигается предельный по существованию режим для ветви  $i-j$ .

Значения  $P_{ij}$  и  $Q_{ij}$ , для которых выражение под внутренним корнем (4) обращается в нуль, обозначим  $P_{ij \text{ пр.}}$  и  $Q_{ij \text{ пр.}}$  и назовем предельными по существованию, а соответствующие им значения  $U_i$  обозначим  $U_{i \text{ кр.}}$  и назовем критическими.

Из (4) следует, что для заданных значений  $U_j$  и  $Z_{ij}$  предельному по существованию режиму ветви  $i-j$  соответствует равенство:

$$\frac{U_j^2}{2} + P_{ij \text{ пр.}} R_{ij} + Q_{ij \text{ пр.}} X_{ij} = S_{ij \text{ пр.}} Z_{ij}.$$

Следовательно,

$$U_{i \text{ кр.}} = \sqrt{S_{ij \text{ пр.}} Z_{ij}}, \quad (5)$$

и

$$\frac{U_{i \text{ кр.}}^2}{S_{ij \text{ пр.}}} = Z_{ij} = Z_{\text{вх. } i \text{ пр.}}$$

Поскольку для реальных сетей  $\text{tg} \varphi_{ij}$  имеет достаточно узкий диапазон значений, то аналитическую оценку предельного режима лучше всего получить для условий  $U_j = \text{const}$ ,  $\varphi_{ij} = \text{const}$ .

После замены  $Q_{ij}$  на  $P_{ij} \text{tg} \varphi_{ij}$  выражение (4) принимает вид:

$$U_i = \sqrt{\pm \sqrt{\left( \frac{U_j^2}{2} + P_{ij} Z_{ij} \frac{\cos(\Psi_{Z_{ij}} - \varphi_{ij})}{\cos \varphi_{ij}} \right)^2 - \frac{P_{ij}^2 Z_{ij}^2}{\cos^2 \varphi_{ij}}}}.$$

Тогда предельному по существованию режиму будет соответствовать равенство:

$$\frac{U_j^2}{2} + P_{ij \text{ пр.}} Z_{ij} \frac{\cos(\Psi_{Z_{ij}} - \varphi_{ij})}{\cos \varphi_{ij}} \pm \frac{P_{ij \text{ пр.}} Z_{ij}}{\cos \varphi_{ij}} = 0,$$

из которого

$$P_{ij \text{ пр.}} \Big|_{\varphi_{ij} = \text{const}} = \frac{U_j^2 \cos \varphi_{ij}}{2 Z_{ij} (\text{sign} P_{ij} - \cos(\Psi_{Z_{ij}} - \varphi_{ij}))}. \quad (6)$$

Для  $P_{ij} < 0$  выражение (6) идентично формуле предельной мощности [6].

Из (6) и (5) следуют выражения для  $S_{ij \text{ пр.}}$  и  $U_{i \text{ пр.}}$ :

$$S_{ij \text{ пр.}} \Big|_{\varphi_{ij} = \text{const}} = \frac{U_j^2}{\left| 2 Z_{ij} (\text{sign} P_{ij} - \cos(\Psi_{Z_{ij}} - \varphi_{ij})) \right|},$$

$$U_{i \text{ кр.}} \Big|_{\varphi_{ij} = \text{const}} = \sqrt{\frac{U_j^2 \cdot \text{sign} P_{ij}}{2 (\text{sign} P_{ij} - \cos(\Psi_{Z_{ij}} - \varphi_{ij}))}}. \quad (7)$$

Из (6) и (7) следует, что  $P_{ij \text{ пр.}} \Big|_{P_{ij} > 0} > |P_{ij \text{ пр.}} \Big|_{P_{ij} < 0}$  и  $U_{i \text{ кр.}} \Big|_{P_{ij} > 0} > |U_{i \text{ кр.}} \Big|_{P_{ij} < 0}$ , а при  $\Psi_{Z_{ij}} = \varphi_{ij}$  и  $P_{ij} > 0$   $P_{ij \text{ пр.}} = \infty$  и  $U_{i \text{ кр.}} = \infty$ .

#### Режимные характеристики обобщенной ветви

Как отмечено ранее, режим ветви  $i-j$  для заданных  $U_j$ ,  $Z_{ij}$  предопределяется значением входного сопротивления  $Z_{\text{вх. } i}$  (рис. 2). Задавшись неизменным значением  $\varphi_{ij}$  и изменяя  $Z_{\text{вх. } i}$  от 0 до  $\infty$  можно рассмотреть множество возможных режимных состояний как для нагрузочного, так и для генераторного характера  $S_i$  и получить изображения зависимостей  $P_{ij}(U_i)$ ,  $Q_{ij}(U_i)$ ,  $P_{ji}(U_i)$ ,  $Q_{ji}(U_i)$ ,  $Z_{\text{вх. } i}(U_i)$  и т.п.

В данном случае представляют интерес зависимости  $P_{ij}(U_i)$ ,  $Z_{\text{вх. } i}(U_i)$ . Эти зависимости можно также получить, используя значения  $U_i$ , вычисляемые по [4] для  $\varphi_{ij} = \text{const}$  и  $P_{ij}$ , изменяющегося в диапазоне от предельного значения нагрузочного, до предельного значения генераторного режимов. На рис. 3 представлены зависимости  $P_{ij}(U_i)$  и  $Z_{\text{вх. } i}(U_i)$  при  $\text{tg} \varphi_{ij} = 0,18$ . Кривые 1, 1' и 2, 2' показывают характер изменения входных сопротивлений  $Z_{\text{вх. } i}$  и соответствующих им потоков мощности  $P_{ij}$  в генераторном режиме соответственно в областях  $Z_{\text{вх. } i} < Z_{ij}$  и  $Z_{\text{вх. } i} > Z_{ij}$ .

Аналогичные зависимости представлены кривыми 3, 3' и 4, 4' для нагрузочного характера  $P_{ij}$ .

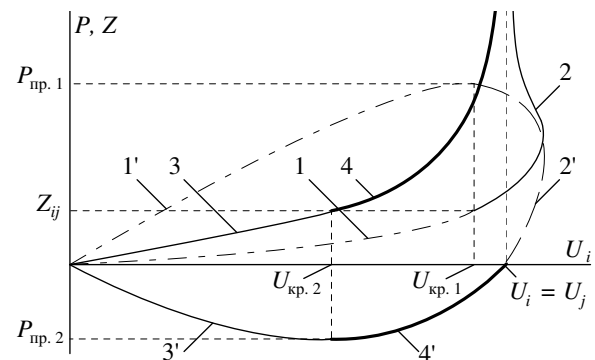


Рис. 3. Режимные характеристики обобщенной ветви

**Таблица 2.** Зависимости  $P_{ij\text{пр.}}$  и  $U_{i\text{кр.}}$  от  $\text{tg}\varphi_{ij}$

$\text{tg}\varphi_{ij}$	$P_{ij} < 0$		$P_{ij} > 0$	
	$P_{ij\text{пр.}}, \text{ МВт}$	$U_{i\text{кр.}}, \text{ кВ}$	$P_{ij\text{пр.}}, \text{ МВт}$	$U_{i\text{кр.}}, \text{ кВ}$
0,5	-108,6	63,3	513,5	137,6
0,2	-137,7	68,0	343,7	107,5
0	-161,3	73,0	264,7	93,4
-0,2	-187,7	79,4	206,4	83,3
-0,5	-229,0	91,9	147,3	73,7

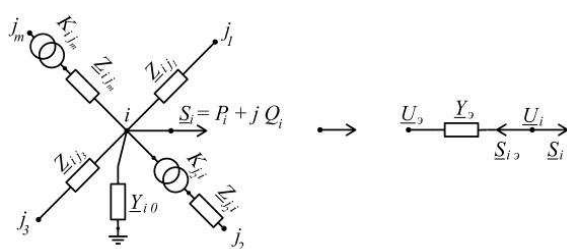
Напряжения  $U_{i\text{кр.1}}$  и  $U_{i\text{кр.2}}$  и мощности  $P_{\text{пр.1}}$  и  $P_{\text{пр.2}}$  соответствуют предельным по существованию режима значениям  $P_{ij}$ . Вид режимных характеристик, приведенных на рис. 3, существенно зависит от  $\text{tg}\varphi_{ij}$ . В табл. 2 для демонстрации этого факта приведены предельные значения  $P_{ij}$  и  $U_{i\text{кр.}}$  для ветви с  $Z_{ij}=8+j32$ , Ом,  $U_i=115$  кВ для некоторых значений  $\text{tg}\varphi_{ij}$ .

#### Контроль отсутствия результата расчета установившегося режима

Нередко расчетчик режимов сталкивается с тем, что программа выдает сообщение о том, что решение задачи не получено из-за отсутствия сходимости итерационного процесса. При этом ему не указывается причина такого результата.

Характер итерационного процесса расчета установившегося режима определяется многими факторами. Но самым важным из них является некорректность исходных данных, в результате которой для одной или нескольких ветвей схемы сети формируется требование передать энергию мощностью, превышающей предельное значение. Поскольку решение задачи в такой ситуации отсутствует, то расчетчику желательно указать те элементы, из-за параметров которых режим не может существовать. Проанализировав сложившуюся ситуацию, он может выйти из нее, имитируя работу регуляторов напряжения в сторону увеличения предельных значений передаваемых мощностей или исправляя некорректные данные. Достаточно часто некорректные ситуации возникают при имитации вариантов резервирования питания или развития электрических сетей.

Для выявления отсутствия решения задачи удобно использовать узловые эквиваленты (рис. 4) и, при необходимости, редактировать параметры в нужном направлении. Параметры узловых эквивалентов на итерациях должны пересчитываться.



**Рис. 4.** Схемы обобщенного узла сети и его эквивалента:  $S_i$  – нагрузочная или генераторная мощность узла  $i$ ,  $Y_{i0}$  – результирующая проводимость узла  $i$  на шину нулевого потенциала,  $U_i$  и  $Y_i$  – эквивалентные параметры ветвей, примыкающих к узлу  $i$

Наиболее простой проверкой существования решения является выполнение для каждого узла  $i$  расчетной схемы условия (рис. 4):

$$S_{i\text{эпр.}} > S_i. \quad (8)$$

#### Удерживание итераций в области притяжения к правильному математическому решению задачи расчета установившегося режима

Расчет установившегося режима является базовой задачей для решения всего комплекса других не менее важных задач, связанных с оценкой экономичности и режимной надежности функционирования электрических систем. При использовании нелинейных моделей установившихся режимов существует опасность получения неправильных начальных условий для их решения и тогда полученные результаты можно рассматривать как опасные для принятия решений в управлении режимами. В связи с этим получению правильных или физически реализуемых результатов расчета установившихся режима электрических систем уделяется большое внимание [2–5].

Наиболее эффективное решение этой проблемы, по мнению автора, является управления итерационным процессом в направлении получения правильного результата. В алгоритме решения этой задачи предлагается использовать следующие положения:

1. Если для всех элементов электрической сети значения параметров физически приемлемые, то они физически приемлемы и для сети в целом.
2. Результат моделирования установившегося режима электрической системы является приемлемым, если выполняется первое условие и напряжения на шинах нагрузок допустимо близки к целесообразным (желаемым) значениям. При этом, токовые перегрузки элементов сетей контролируются, но не фигурируют в качестве основных нарушений ограничений.
3. Получение правильного результата расчета установившихся режимов должно обеспечиваться начальной ориентацией и удерживанием параметров модели на итерациях с использованием степеней свободы в области притяжения к физически приемлемому решению.

Важно отметить, что многочисленные проверки неоднозначных решений показали, что только в одном, физически приемлемом, решении параметры всех ветвей удовлетворяют выражению (4) со знаком плюс, перед внутренним корнем, а у остальных имеются одна или несколько ветвей, параметры которых удовлетворяют тому же выражению со знаком минус.

Независимо от  $\text{tg}\varphi_{ij}$  для режимных состояний с  $Z_{\text{вх.}i} < Z_{ij}$  максимальное значение  $U_i$  равно  $U_{i\text{кр.}}$ . Это обстоятельство позволяет использовать следующий формальный критерий для проверки физической реализуемости параметров ветвей расчетной схемы электрических сетей на итерациях расчета

установившихся режимов: если  $Z_{\text{вх. } i} = \frac{U_{i \text{ кр}}^2}{S_{ij}} > Z_{ij}$ , то

параметры модели режимного состояния ветви должны удовлетворять выражению (4) со знаком плюс перед внутренним корнем.

Многочисленные экспериментальные исследования подтвердили состоятельность указанной выше концепции. Для контроля физической реализуемости вектора зависимых переменных на итерациях оказалось достаточным обеспечение физической реализуемости параметров для эквивалентов (рис. 4) всех расчетных узлов.

В нормальных условиях функционирования электрических сетей все элементы, кроме шунтов на шину нулевого потенциала, имеют режимные состояния, близкие к холостому ходу и, следовательно, их параметры находятся в области  $Z_{\text{вх. } i} > Z_{ij}$ . Реальное попадание параметров одной или нескольких ветвей в область  $Z_{\text{вх. } i} < Z_{ij}$  связано с существенными изменениями режима. Такое может быть с протяженной линией электропередачи, попавшей в условие устойчивого короткого замыкания в питаемой сети, в результате чего ее эквивалентное входное сопротивление может стать по модулю меньше продольного сопротивления. При моделировании режимов схем с предварительным преобразованием сильно нагруженных связей, соединенных в звезду, в эквивалентный треугольник элементы треугольника также могут оказаться в условиях значительного уменьшения входного сопротивления.

При переходе из области режимных состояний с  $Z_{\text{вх. } i} < Z_{ij}$  в область  $Z_{\text{вх. } i} > Z_{ij}$  вблизи предела по существованию происходит смена знака регулирующего эффекта  $\frac{\partial P_{ij}}{\partial U_i}$ . С уменьшением  $P_{ij}$  соотношения регулирующих эффектов зависят от  $\text{tg} \varphi_{ij}$ .

Изложенные обоснования необходимости контроля условий существования решений уравнений установившегося режима программно реализованы и протестированы с использованием программного комплекса «Мустанг», применяемого в энергосистемах [4]. В указанном комплексе используется модель установившегося режима в форме уравнений баланса мощностей для узлов сети. Система уравнений решается методом Ньютона-Рафсона и по параметру. Тестирование позволило выявить

следующее. При задании исходных данных предельного и за пределом существования режима, программа «Мустанг» выдает сообщение об отсутствии сходимости итерационного процесса. Тестируемая программа указывает, в каких узлах сложилась ситуация противоположная (8), и предлагает результат расчета с измененными значениями  $\underline{S}_i$ .

При вариациях значений вектора начальных приближений зависимых переменных  $X$  методы Ньютона-Рафсона и по параметру демонстрировали неоднозначность решения уравнений установившегося режима. Тестируемая программа в этих же условиях обеспечивала один результат, параметры которого удовлетворяли условию  $Z_{\text{вх. } i} > Z_{ij}$  для всех ветвей расчетной схемы. Тестируемая программа IndorCircuit реализует модификацию двухэтапного метода [5] и внедрена в филиалах «Северные электрические сети», «Центральных электрических сетей» ОАО «КузбассЭнерго», в электрических сетях гг. Томск, Северск, Абакан и ряда крупных промышленных предприятий.

### Заключение

Управление итерационным процессом расчета установившихся режимов электрических сетей с целью получения физически приемлемых решений должно осуществляться с использованием степеней свободы системы (независимых переменных). Также можно использовать дополнительную процедуру введения параметров модели в допустимую область.

Моделирование установившихся режимов электрических сетей должно опираться на причинную основу физических явлений, происходящих в системе-оригинале. Контроль отсутствия результата моделирования установившегося режима должен быть обязательной процедурой, поскольку она существенно упрощает поиск причины отсутствия сходимости итераций.

Изложенные способ диагностики выхода параметров модели электрических сетей из области существования режима и алгоритм управления итерационным процессом расчета установившегося режима с целью получения правильного результата моделирования режима применимы также и для трубопроводных инженерных сетей, т.к. модели их режимов базируются на принципе подобия электрических сетей постоянного тока.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федин В.Т., Латышева И.Г. Анализ эксплуатационных программ расчета установившихся режимов энергосистем // Известия вузов. Энергетика. – 1973. – № 9. – С. 3–8.
2. Идельчик В.И., Лазебник А.И. Аналитическое исследование сходимости решения уравнений установившегося режима электрических систем. // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1972. – № 3. – С. 47–56.
3. Борисов Р.И., Готман В.И., Слюсаренко С.Г. Экспериментальное исследование сходимости и неоднозначности решения

уравнений установившегося режима электрических систем // Известия вузов. Энергетика. – 1978. – № 9. – С. 14–20.

4. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
5. Слюсаренко С.Г. Модификация алгоритма расчета установившихся режимов электрических систем на основе поочередного уточнения потокораспределения и напряжений // Процессы и режимы электрических систем. Межвузовский научно-технический сборник. – Томск: Изд-во ТПИ, 1990. – С. 37–43.
6. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.